

DEVOIR DE CONTRÔLE N°1

EXERCICE N°1 :

1. Calculer les limites suivantes :

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x-1}{x^2-3}, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x}-x}{x}, \quad \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3-27}{x^2-5x+6}$$

2. Soit la fonction : $f(x) = 2 - \frac{\cos x}{|x|}$

a) Montrer que $2 - \frac{1}{|x|} \leq f(x) \leq 2 + \frac{1}{|x|}$

b) Dédire $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

EXERCICE N°2 : soit $f(x) = \sqrt{x^2 - 4} - 2$

1. Déterminer le domaine de définition de f
2. Montrer que f est continue sur $[2, +\infty[$
3. Montrer que f est croissante sur $[2, +\infty[$
4. Dédire que f est une bijection de $[2, +\infty[$ vers un intervalle J à déterminer
5. a) calculer f(2) et f(3) et dédire que l'équation $f(x)=0$ possède une unique solution $\alpha \in [2, 3]$
b) calculer α

EXERCICE N°3 : soit les matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \\ -2 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$

1. Calculer $3A-B$, $2A-I_3$ et $\frac{1}{2}(A+B)$ 3×3
2. Soit la matrice $C = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ 3×2
 - a) Donner l'ordre de C
 - b) Préciser les valeurs des coefficients C_{12} , C_{21} , C_{32}
 - c) Peut-on calculer $A \times C$? Justifier
 - d) Donner l'ordre de $A \times C$ puis calculer $A \times C$

EXERCICE N°4 : soit les matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

1. a) Calculer $\det(A)$

b) Dédurre que A est inversible

2. soit la matrice $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ -3 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$

a) calculer $A \times B$

b) Déterminer alors la matrice A^{-1} l'inverse de A.

c) Résoudre dans \mathbb{R}^3 le système :

$$(S) : \begin{cases} x-y=1 \\ 2x+y+z=-1 \\ -x+z=4 \end{cases}$$

BON TRAVAIL